

© В.П. КОСЯКОВ, С.П. РОДИОНОВ

rodionovsp@bk.ru

УДК 532.546, 622.276

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИЛУЧШЕГО ВАРИАНТА РАССТАНОВКИ ГАЛЕРЕИ  
СКВАЖИН В ЗОНАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ  
С УЧЕТОМ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ФЛЮИДОВ  
НА ОСНОВЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ\***

*АННОТАЦИЯ.* Выполнено исследование влияния варианта размещения нагнетательного и добывающего рядов скважин, а также вязкостей фаз и размеров зон на коэффициент извлечения нефти.

*SUMMARY.* The investigation of the influence of placement options injection and production series of wells, as well as the viscosities of phases and dimensions of zones on the oil recovery factor.

*КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА.* Заводнение, нефтяной пласт, зональная неоднородность.

*KEY WORDS.* Flooding, oil layer, zonal heterogeneity.

В [1] получены точные решения одномерной задачи вытеснения нефти водой из зонально-неоднородного нефтенасыщенного пласта. На основе этих решений можно определить в какой из двух зон (см. рис. 1 в [1]) с точки зрения нефтеотдачи выгоднее размещать нагнетательный и добывающий ряды скважин.

Согласно [2], выражение для зависимости коэффициента извлечения нефти (КИН) от времени с использованием обозначений [1] можно представить в следующем виде:

$$E(t) = \int_0^{\bar{L}} (s(\bar{x}, t) - s(\bar{x}, 0)) d\bar{x} / \int_0^{\bar{L}} (1 - s(\bar{x}, 0)) d\bar{x}, \quad (1)$$

где водонасыщенность  $s$  определяется из решений [1], [2]. Для схемы вытеснения Баклея-Левретта формула (1) в моменты времени до прорыва воды ( $0 \leq t \leq t^0$ ) принимает вид [2]:

$$E = \frac{\int_0^{\bar{x}_c} (s(\bar{x}, t) - s(\bar{x}, 0)) d\bar{x}}{\int_0^{\bar{L}} (1 - s(\bar{x}, 0)) d\bar{x}} = E_0 \frac{\bar{x}_c}{\bar{L}} \quad (0 \leq \bar{x}_c \leq \bar{L}), \quad E_0 = \frac{1}{F_c(1 - s_{wc})}. \quad (2)$$

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-834.2012.1).

где  $t^0$  — время прорыва воды,  $\bar{s}$  — средняя водонасыщенность в зоне смеси (за фронтом вытеснения),  $s_{wc}$  — критическая водонасыщенность,  $F_c = f'(s_c)$ ,  $E_0$  — КИН в момент достижения фронтом вытеснения добывающего ряда.

Здесь и далее учтено, что  $s(\bar{x}, 0) = s_{wc}$  и

$$\int_0^{\bar{x}_c} (s(\bar{x}, t) - s(\bar{x}, 0)) d\bar{x} = \frac{\bar{x}_c}{F_c}.$$

После прорыва воды ( $t > t^0$ ) выражение (1) для текущего КИН с учетом аналитического решения задачи Баклея-Леверетта принимает вид [2]:

$$E = \frac{\bar{s} - s_{wc}}{1 - s_{wc}}, \quad \bar{s} = s_L + \frac{1 - f(s_L)}{F_L}, \quad F_L = f'(s_L), \quad (3)$$

где  $\bar{s}$  — средняя водонасыщенность в пласте;  $s_L = s_L(t)$  — значение водонасыщенности на стоке, т.е. при  $\bar{x}_c = \bar{L}$ . При этом конечный КИН  $E = E(s_L^*) = E^*$  ( $s_L^* = 0.95 \div 0.98$ ).

Для схемы Лейбензона-Маскета  $E = E_0 = T^*$  можно получить из (2) с  $F_c = 1 / (1 - s_{wc} - s_{or})$ :

$$E_0 = \frac{1 - s_{wc} - s_{or}}{1 - s_{wc}}, \quad (4)$$

где  $s_{or}$  — критическая нефтенасыщенность.

#### **Схема Лейбензона-Маскета**

Рассмотрим свойства решений для схемы Лейбензона-Маскета. Для нее, как уже отмечалось в [1], изменение обводненности на стоке происходит скачкообразно от 0 до 1, в связи с чем третий этап вытеснения нефти вырождается. На рис. 1. приведены типичные зависимости КИН от времени в зонально-неоднородном пласте для двух вариантов расстановки скважин и для двух значений отношения вязкостей воды и нефти. Из представленных графиков следует, что когда вязкость воды (вытесняющая фаза) меньше, чем вязкость нефти (вытесняемая фаза), то вытеснение на первом этапе происходит с меньшей интенсивностью, чем на втором (рис. 1а). Наоборот, когда вязкость воды больше, чем вязкость нефти, то на первом этапе интенсивность вытеснения больше, чем на втором (рис. 1б). Эта закономерность сохраняется при любом из двух вариантов расположения нагнетательного и добывающего рядов скважин. При равенстве вязкостей фаз зависимости КИН от времени становятся линейными.

Из рис. 1 также видно, что в момент достижения предельной обводненности для одного из двух вариантов размещения рядов скважин значение КИН равно 1, а для другого варианта — меньше 1. Тем не менее, за бесконечное время вытеснения КИН при обоих вариантах размещения скважин одинаков и определяется по формуле (4).

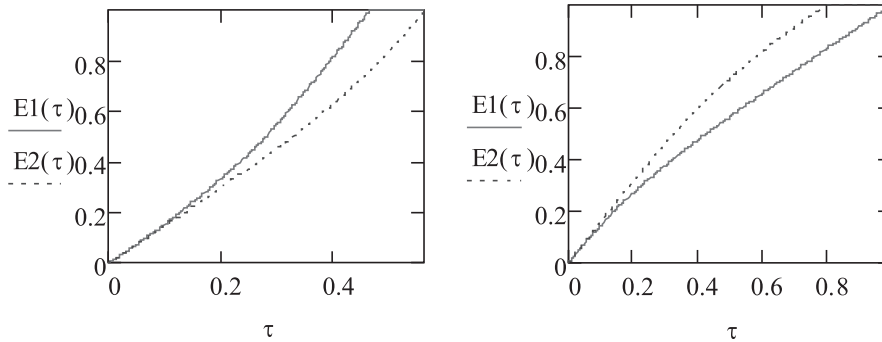


Рис. 1а-б. Зависимости КИН от безразмерного времени  $\tau = t/t_*$  ( $t_* = \mu_o \bar{L}^2 / (\Delta p \cdot \bar{k}_1)$ ) для схемы Лейбензона-Маскета при отношении  $\kappa = \bar{k}_1 / \bar{k}_2 = k_1 \omega_1^2 \phi_1 / k_2 \omega_2^2 \phi_2 = 0.2$  и  $\alpha = \bar{L}_1 / \bar{L} = \omega_1 \phi_1 L_1 / (\omega_1 \phi_1 L_1 + \omega_2 \phi_2 L_2) = 0.5$ . Для рис. 1а (слева) отношение вязкостей фаз  $\eta = \mu_w / \mu_o = 0.5$ . Для рис. 1б (справа) —  $\eta = 2.0$ . Сплошными линиями отмечены зависимости для случая, когда нагнетательный ряд расположен в зоне 1, добывающий — в зоне 2. Пунктирными линиями — когда нагнетательный ряд находится в зоне 2, добывающий — в зоне 1. Безразмерные времена каждого из двух этапов вытеснения и разности КИН принимают следующие значения. Рис. 1а:  $\Delta t_{11}/t_* = 0.238$ ,  $\Delta t_{12}/t_* = 0.163$ ,  $\Delta t_{21}/t_* = 0.288$ ,  $\Delta t_{22}/t_* = 0.213$ ,  $\Delta E = 0.272$ ; Рис. 1б:  $\Delta t_{11}/t_* = 0.425$ ,  $\Delta t_{12}/t_* = 0.575$ ,  $\Delta t_{21}/t_* = 0.325$ ,  $\Delta t_{22}/t_* = 0.475$ ,  $\Delta E = -0.169$

Поскольку за бесконечное время вытеснения значения КИН не зависят от размещения скважин, то можно принять, что наилучший вариант расстановки скважин реализуется в том случае, для которого конечный КИН, определяемый по значению предельной обводненности, будет достигнут за наименьшее время. Поэтому задача выбора наилучшего варианта размещения скважин сводится к сравнению времен вытеснения нефти и ее добываемого количества при различных вариантах расстановки скважин.

Разность времен полного вытеснения нефти из пласта для случаев, когда нагнетательный ряд размещен в зоне 1, а добывающий — в зоне 2 ( $t_1$ ) и когда имеет место обратный порядок размещения рядов скважин ( $t_2$ ) можно определить на основе выражений [1] для этих времен. Искомая разность равна:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{1}{\Delta p} \left( \frac{1}{\bar{k}_1} - \frac{1}{\bar{k}_2} \right) (\mu_w - \mu_o) \bar{L}_1 \bar{L}_2. \tag{5}$$

Согласно (5), для размещения нагнетательного ряда скважин в зоне 1 ( $x = 0$ ), а добывающего — в зоне 2 ( $x = L$ ) должны выполняться следующие условия для параметров задачи:

$$\mu_o > \mu_w \text{ и } \bar{k}_1 < \bar{k}_2 \text{ (или } k_1 \phi_1 \omega_1^2 < k_2 \phi_2 \omega_2^2) \tag{6}$$

или

$$\mu_o > \mu_w \text{ и } k_1 \phi_1 \omega_1^2 > k_2 \phi_2 \omega_2^2. \tag{7}$$

В остальных случаях нагнетание воды необходимо производить в зону 2, а добычу — в зоне 1.

Для русловых и пойменных зон, являющихся соответственно высокопроницаемыми и низкопроницаемыми, обычно и пористость, и сечение только

усиливают критерий (6)-(7), т.е. если  $k_1 > k_2$ , то, как правило, и  $\phi_1 \omega_1^2 > \phi_2 \omega_2^2$ . Если вязкости фаз или проницаемости зон равны, то эффект разницы времен вытеснения становится вырожденным: значения КИН будут одинаковы для обоих вариантов расстановки скважин. Отметим, что знак разности времен (5) не зависит от длин зон, хотя ее абсолютная величина — зависит. При этом она будет максимальной в случае равенства поровых объемов зон ( $\bar{L}_1 = \bar{L}_2$ ). Выражение (5) можно легко обобщить и на случай различия критических насыщенных фаз в зонах, если вместо пористости  $\phi$  использовать подвижную пористость  $\phi(1 - s_{wc} - s_{or})$ . Полученный выше аналитический критерий подтверждают исследования других авторов, выполненные на электроинтеграторе [3] и на гидродинамическом симуляторе [4].

Выражение для разности КИН при изменении назначения рядов скважин для схемы Лейбензона-Маскета может быть получено в явном виде. Если выполнено условие  $t_1 < t_2$ , где, согласно [1]

$$t_1 = \Delta t_{11} + \Delta t_{12} = \frac{1}{\Delta p} \left( \frac{\mu_w \bar{L}_1^2}{k_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_1^2}{k_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_1 \bar{L}_2}{k_2} \right) + \frac{1}{\Delta p} \left( \frac{\mu_w \bar{L}_1 \bar{L}_2}{k_1} + \frac{\mu_w \bar{L}_2^2}{k_2} + \frac{\mu_o \bar{L}_2^2}{k_2} \right),$$

$$t_2 = \Delta t_{21} + \Delta t_{22} = \frac{1}{\Delta p} \left( \frac{\mu_w \bar{L}_2^2}{k_2} + \frac{\mu_o \bar{L}_2^2}{k_2} + \frac{\mu_o \bar{L}_1 \bar{L}_2}{k_1} \right) + \frac{1}{\Delta p} \left( \frac{\mu_w \bar{L}_2 \bar{L}_1}{k_2} + \frac{\mu_w \bar{L}_1^2}{k_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_1^2}{k_1} \right),$$

то  $\bar{x}_c^{(1)}(t_1) = \bar{L}$ ,  $\bar{x}_c^{(2)}(t_1) > 0$ . При этом коэффициенты извлечения нефти  $E_1$  и  $E_2$  для случаев размещения нагнетательного ряда в зонах соответственно 1 и 2, а также разность  $\Delta E = E_1 - E_2$  принимают следующие значения:

$$E_1 = E_0, E_2 = E_0 \frac{\bar{L} - \bar{x}_c^{(2)}(t_1)}{\bar{L}}, \Delta E = E_0 \frac{\bar{x}_c^{(2)}(t_1)}{\bar{L}},$$

$$\bar{x}_c^{(2)}(t) = \begin{cases} \bar{L} - \frac{-\left(\frac{\mu_o \bar{L}_1}{k_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_2}{k_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\mu_o \bar{L}_1}{k_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_2}{k_2}\right)^2 + 2\left(\frac{\mu_w}{k_2} - \frac{\mu_o}{k_2}\right)t}}{\frac{\mu_w}{k_2} - \frac{\mu_o}{k_2}}, & 0 \leq t \leq \Delta t_{21} \\ \bar{L}_1 - \frac{-\left(\frac{\mu_o \bar{L}_1}{k_1} + \frac{\mu_w \bar{L}_2}{k_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\mu_o \bar{L}_1}{k_1} + \frac{\mu_w \bar{L}_2}{k_2}\right)^2 + 2\left(\frac{\mu_w}{k_1} - \frac{\mu_o}{k_1}\right)(t - \Delta t_{21})}}{\frac{\mu_w}{k_1} - \frac{\mu_o}{k_1}}, & \Delta t_{21} < t \leq t_2 \end{cases}$$

Когда же имеет место условие  $t_1 < t_2$ , то  $\bar{x}_c^{(2)}(t_2) = 0$ ,  $\bar{x}_c^{(1)}(t_2) < \bar{L}$ ,

$$E_2 = E_0, E_1 = E_0 \frac{\bar{x}_c^{(1)}(t_2)}{\bar{L}}, \Delta E = E_0 \left( 1 - \frac{\bar{x}_c^{(1)}(t_2)}{\bar{L}} \right),$$

$$\bar{x}_c^{(1)}(t) = \begin{cases} \frac{-\left(\frac{\mu_o \bar{L}_1}{\bar{k}_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_2}{\bar{k}_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\mu_o \bar{L}_1}{\bar{k}_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_2}{\bar{k}_2}\right)^2 + 2\left(\frac{\mu_w}{\bar{k}_1} - \frac{\mu_o}{\bar{k}_1}\right)t}}{\frac{\mu_w}{\bar{k}_1} - \frac{\mu_o}{\bar{k}_1}}, & 0 \leq t \leq \Delta t_{11} \\ \bar{L}_1 + \frac{-\left(\frac{\mu_w \bar{L}_1}{\bar{k}_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_2}{\bar{k}_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\mu_w \bar{L}_1}{\bar{k}_1} + \frac{\mu_o \bar{L}_2}{\bar{k}_2}\right)^2 + 2\left(\frac{\mu_w}{\bar{k}_2} - \frac{\mu_o}{\bar{k}_2}\right)(t - t_{11})}}{\frac{\mu_w}{\bar{k}_2} - \frac{\mu_o}{\bar{k}_2}}, & \Delta t_{11} < t \leq t_1 \end{cases}$$

Можно показать, что задача имеет следующие три безразмерных параметра:

$$\eta = \frac{\mu_w}{\mu_o}, \quad \alpha_1 = \frac{\bar{L}_1}{\bar{L}} \quad (\alpha_1 + \alpha_2 = 1), \quad \kappa = \frac{\bar{k}_1}{\bar{k}_2}.$$

На рис. 2. приведена карта абсолютных значений разности КИН  $\Delta E$  в плоскости  $(\kappa, \eta)$  при изменении назначения нагнетательного и добывающего рядов скважин в зависимости от  $\eta$  и  $\kappa$  при  $\alpha_1 = 0.5$ . Видно, что  $\Delta E$  монотонно увеличивается при удалении от прямых  $\eta - 1 = 0$  и  $\kappa - 1 = 0$ . При этом величина  $\Delta E$  при  $\eta \rightarrow 0$  (например, при вытеснении нефти газом) и  $\kappa \rightarrow 0$  достигает значения 0.75, а при  $\eta \rightarrow \infty$  (вытеснение газа водой) и  $\kappa \rightarrow \infty$  — значения 0.5.

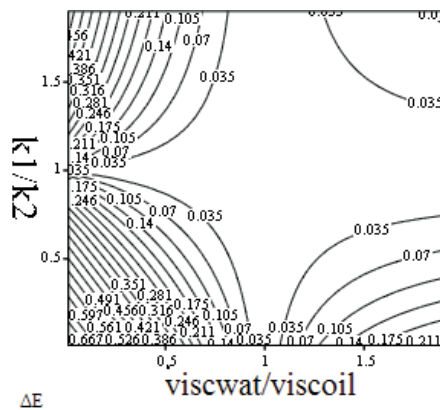


Рис. 2. Зависимость абсолютного значения разности КИН при изменении назначения скважин добывающего и нагнетательного рядов для схемы Лейбензона-Маскета. По вертикальной оси отложено отношение  $\kappa = \bar{k}_1 / \bar{k}_2 = k_1 \omega_1^2 \phi_1 / k_2 \omega_2^2 \phi_2$ , по горизонтальной — отношение вязкостей  $\eta = \mu_w / \mu_o$ . Отношение поровых объемов зон

$$\alpha = \bar{L}_1 / \bar{L} = \omega_1 \phi_1 L_1 / (\omega_1 \phi_1 L_1 + \omega_2 \phi_2 L_2) = 0.5$$

### Схема Баклея-Леверетта

Согласно [1], для схемы Баклея-Леверетта процесс вытеснения представляется состоящим из трех этапов. Первые два этапа включают в себя прохождение фронтом вытеснения соответственно первой и второй зон, а третий этап — достижение предельной обводненности добываемой жидкости после прорыва воды. Выражения разности времен вытеснения нефти в момент окончания безводного периода, включающего первый и второй этапы вытеснения нефти, выглядят несколько сложнее, чем для схемы Лейбензона-Маскета (5) и имеют вид:

$$\Delta t = t_1^0 - t_2^0 = \frac{1}{\Delta p} \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) \bar{L}_1 \bar{L}_2 [\mu_w \delta - \mu_o] \frac{1}{F_c} \quad (t_1^0 = \Delta t_{11} + \Delta t_{12}, t_2^0 = \Delta t_{21} + \Delta t_{22}) \quad (8)$$

$$\delta = \frac{-(\bar{L}_1^2 \zeta_1 + \bar{L}_2^2 \zeta_2) F_c - \psi(0, F_c)}{\bar{L}_1 \bar{L}_2 F_c}, \quad \zeta_1 = \int_{F_c}^{\alpha_1 F_c} \frac{\psi(0, z)}{z^3} dz, \quad \zeta_2 = \int_{F_c}^{\alpha_2 F_c} \frac{\psi(0, z)}{z^3} dz, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1.$$

На третьем этапе разность времен вытеснения равна:

$$\Delta t_{13} - \Delta t_{23} = \frac{-\mu_w \bar{L}^2}{\Delta p} \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) \delta_1, \quad \delta_1 = \int_{F_c}^{F_c^*} \frac{\psi(0, \alpha_2 z) - \psi(\alpha_2 z, z) - \psi(\alpha_1 z, \alpha_2 z)}{z^3} dz. \quad (9)$$

Разность времен вытеснения нефти, за которые достигается конечный КИН, равна сумме разностей времен до (8) и после (9) прорыва воды:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{1}{\Delta p} \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) \delta_3, \quad \delta_3 = \left[ \bar{L}_1 \bar{L}_2 [\mu_w \delta - \mu_o] \frac{1}{F_c} - \mu_w \bar{L}^2 \delta_1 \right]. \quad (10)$$

Таким образом, при схеме Баклея-Левретта, как и в случае схемы Лейбензона-Маскета, разность времен вытеснения нефти пропорциональна разности обратных значений произведений  $k\omega^2\phi$ . Однако условия, при которых реализуется наилучший вариант размещения скважин, становятся зависимыми не только от отношения вязкостей фаз, но и от длин высокопроницаемой и низкопроницаемой зон. Эти условия можно сформулировать следующим образом. Если  $\delta_3 < 0$  ( $\mu_w / \mu_o, \alpha_1 < 0$ ) и  $k_1 \phi_1 \omega_1^2 < k_2 \phi_2 \omega_2^2$  или  $\delta_3 > 0$  и  $k_1 \phi_1 \omega_1^2 > k_2 \phi_2 \omega_2^2$ , тогда нагнетательный ряд надо ставить в зону 1, а добывающий — в зону 2. В остальных случаях нагнетательный ряд надо ставить в зону 2, а добывающий — в зону 1.

### КИН до прорыва воды

Приведем процедуру определения КИН и их разность в безводный период при различной расстановке рядов скважин. Когда нагнетательный ряд расположен в зоне 1, а добывающий — в зоне 2 ( $t_1^0 < t_2^0, \bar{x}_c^{(1)}(t_1^0) = \bar{L}, \bar{x}_c^{(2)}(t_1^0) > 0$ ), выражения для  $E_1, E_2$  и  $\Delta E$  принимают вид:

$$E_1 = E_0, \quad E_2 = E_0 \frac{\bar{L} - \bar{x}_c^{(2)}(t_1)}{\bar{L}}, \quad \Delta E = E_0 \frac{\bar{x}_c^{(2)}(t_1)}{\bar{L}}, \quad E_0 = \frac{1}{F_c(1 - s_{wc})}.$$

Здесь  $\bar{x}_c^{(2)}(t_1^0) = \bar{x}_c$  определяется из трансцендентного уравнения  $t_1^0 - \theta(\bar{x}_c) = 0$ , где

$$\theta(\bar{x}_c) = \begin{cases} t_{21}(\bar{x}_c), & 0 \leq t_1^0 \leq \Delta t_{21} \\ \Delta t_{21} + t_{22}(\bar{x}_c), & \Delta t_{21} < t_1^0 < t_2^0 \end{cases}, \quad (11)$$

$$t_{21}(\bar{x}_c) = \frac{1}{\Delta p} \frac{1}{F_c} \left( \frac{\mu_w}{k_2} \frac{\psi(0, F_c)}{F_c} \frac{(\bar{L} - \bar{x}_c)^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_2} (0.5(\bar{L}^2 - \bar{x}_c^2) - \bar{L}_1(\bar{L} - \bar{x}_c)) + \frac{\mu_o}{k_1} \bar{L}_1(\bar{L} - \bar{x}_c) \right) \\ (\bar{L}_1 \leq \bar{x}_c \leq \bar{L}),$$

$$t_{22}(\bar{x}_c) = \frac{-\mu_w \bar{L}_2^2}{\Delta p} \int_{F_c}^{\bar{L}_2} \frac{1}{z^3} \left( \frac{1}{k_2} \psi(0, z) + \frac{1}{k_1} \psi(z, F_c) \right) dz + \frac{1}{\Delta p F_c} \frac{\mu_o}{k_1} \frac{(\bar{L}_1^2 - \bar{x}_c^2)}{2} \quad (0 \leq \bar{x}_c \leq \bar{L}_1).$$

Когда нагнетательная скважина размещена в зоне 2, а добывающая — в зоне 1 ( $t_1^0 > t_2^0$ ,  $\bar{x}_c^{(2)}(t_2^0) = 0$ ,  $\bar{x}_c^{(1)}(t_2^0) < \bar{L}$ ), безводный КИН определяется из следующих выражений:

$$E_2 = E_0, \quad E_1 = E_0 \frac{\bar{x}_c^{(1)}(t_2^0)}{\bar{L}}, \quad \Delta E = E_0 \left( 1 - \frac{\bar{x}_c^{(1)}(t_2^0)}{\bar{L}} \right), \quad E_0 = \frac{1}{F_c(1-s_{wc})},$$

где  $\bar{x}_c^{(1)}(t_2^0) = \bar{x}_c$  определяется из уравнения  $t_1^0 - \theta(\bar{x}_c) = 0$ , где

$$\theta(\bar{x}_c) = \begin{cases} t_{11}(\bar{x}_c), & \text{if } 0 \leq t_2^0 \leq \Delta t_{11} \\ \Delta t_{11} + t_{12}(\bar{x}_c), & \text{if } \Delta t_{11} < t_2^0 < t_1^0 \end{cases}, \quad (12)$$

$$t_{11}(\bar{x}_c) = \frac{1}{\Delta p} \frac{1}{F_c} \left( \frac{\mu_w}{k_1} \frac{\psi(0, F_c)}{F_c} \frac{\bar{x}_c^2}{2} + \frac{\mu_o}{k_1} (\bar{L}_1 \bar{x}_c - 0.5 \bar{x}_c^2) + \frac{\mu_o}{k_2} (\bar{L} - \bar{L}_1) \bar{x}_c \right) \quad (0 \leq \bar{x}_c \leq \bar{L}_1),$$

$$t_{12}(\bar{x}_c) = \frac{-\mu_w \bar{L}_1^2}{\Delta p} \int_{F_c}^{\bar{L}_1} \frac{1}{z^3} \left( \frac{\psi(0, z)}{k_1} + \frac{\psi(z, F_c)}{k_2} \right) dz + \frac{1}{\Delta p F_c} \frac{1}{k_2} \frac{\bar{L}(\bar{x}_c - \bar{L}_1) - 0.5(\bar{x}_c^2 - \bar{L}_1^2)}{1/\mu_o}. \quad (\bar{L}_1 \leq \bar{x}_c \leq \bar{L}).$$

**КИН после прорыва воды**

Выражение для  $E_1$ , когда нагнетательный ряд размещен в зоне 1, а добывающий — в зоне 2 ( $t_1 < t_2$ ), имеет вид (2):

$$E_1 = E_0 \frac{\bar{s}^* - s_{wc}}{1 - s_{wc}}, \quad \bar{s}^* = s_L + \frac{1 - f(s_L)}{f'(s_L)}.$$

Значения  $E_2$  и разность  $\Delta E$  при  $0 \leq t_1 \leq t_2^0$  равны:

$$E_2 = E_0 \frac{\bar{L} - \bar{x}_c^{(2)}(t_1)}{\bar{L}}, \quad \Delta E = E_0 \left( \frac{\bar{s}^* - s_{wc}}{1 - s_{wc}} - \frac{\bar{L} - \bar{x}_c^{(2)}(t_1)}{\bar{L}} \right), \quad E_0 = \frac{1}{F_c(1-s_{wc})}.$$

Здесь  $\bar{x}_c^{(2)} = \bar{x}_c$  удовлетворяет уравнению  $t_1 - \theta(\bar{x}_c) = 0$ , где  $\theta(\bar{x}_c)$  определяется согласно (11).

При  $t_2^0 < t_1 < t_2$  имеем:

$$\Delta E = E_0 \frac{\bar{s}^* - \bar{s}(t_2)}{1 - s_{wc}}, \quad \bar{s}(t_2) = s_L + \frac{1 - f(s_L)}{f'(s_L)}, \quad \bar{s}^* = \bar{s}(t_1),$$

где  $s_L$  определяется из уравнения:

$$t_1 = t_2^0 + t_{23}(s_L), \quad t_{23}(s_L) = \frac{\bar{L}^2 \mu_w}{-\Delta p} \int_{F_c}^{F_L} \frac{1}{z^3} \left( \frac{1}{k_2} \psi(0, \alpha_2 z) + \frac{1}{k_1} \psi(\alpha_2 z, z) \right) dz. \quad F_L = f'(s_L).$$

Когда нагнетательный ряд размещен в зоне 2 ( $t_2 < t_1$ ), то

$$E_2 = E_0 \frac{\bar{s}^* - s_{wc}}{1 - s_{wc}}, \quad \bar{s}^* = s_L^* + \frac{1 - f(s_L^*)}{f'(s_L^*)},$$

где при  $0 \leq t_2 \leq t_1^0$  значения  $E_1$  и разность КИН имеют следующий вид:

$$E_1 = E_0 \frac{\bar{x}_c^{(1)}(t_2)}{L}, \quad \Delta E = E_0 \left( \frac{\bar{s}^* - s_{wc}}{1 - s_{wc}} - \frac{\bar{x}_c^{(1)}(t_2)}{L} \right).$$

Здесь  $\bar{x}_c^{(1)}(t_2) = \bar{x}_c$  определяется из уравнения  $t_2 - \theta(\bar{x}_c) = 0$ , где  $\theta(\bar{x}_c)$  определяется из (12).

При  $t_1^0 < t_2 < t_1$  имеем следующее выражение для разности КИН:

$$\Delta E = E_0 \frac{\bar{s}^* - \bar{s}(t_2)}{1 - s_{wc}}, \quad \bar{s}(t_2) = s_L + \frac{1 - f(s_L)}{f'(s_L)}, \quad (\bar{s}(t_2) = \bar{s}^*),$$

где  $s_L$  определяется из уравнения:

$$t_2 = t_1^0 + t_{13}(s_L), \quad t_{13}(F) = \frac{-L^2 \mu_w}{\Delta p} \int_{F_c}^F \frac{1}{z^3} \left( \frac{1}{k_1} \psi(0, \alpha_1 z) + \frac{1}{k_2} \psi(\alpha_1 z, z) \right) dz, \quad F_L = f'(s_L).$$

Как следует из вышеизложенного, решение задачи определения КИН в зонально-неоднородном пласте при вытеснении нефти водой по схеме Баклея-Левевертта сводится к решению трансцендентных уравнений. Эта задача легко решается с использованием пакета «Mathcad».

#### Заключение

На основе полученных точных решений одномерной задачи о вытеснении нефти водой из зонально-неоднородного пласта, эксплуатируемого галереей скважин, показано, что критерий выбора варианта размещения нагнетательного и добывающего рядов, при котором достигается наибольший КИН, зависит от разности обратных значений произведения «проницаемость-пористость-квадрат поперечного сечения» для каждой зоны. В случае схемы вытеснения Лейбензона-Маскета отмеченный критерий зависит также от отношения вязкостей, а в случае схемы Баклея-Левевертта еще и от отношения длин зон. Для схемы Лейбензона-Маскета разность времен полного вытеснения нефти достигает максимального значения при равенстве поровых объемов зон. При изменении варианта выбора расстановки нагнетательного и добывающего рядов галереи скважин в зонально-неоднородном пласте различие значений коэффициентов нефтеотдачи может достигать 75%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Косяков В.П., Родионов С.П. Получение точных решений задачи Баклея-Левевертта в зонально-неоднородном пласте // Вестник ТюмГУ. 2010. №6. С. 36-42.
2. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учеб. М.: Недра, 1993.
3. Пономарев А.Г. Исследование эффективности систем разработки при заводнении зонально-неоднородных пластов: Дисс. ... канд. техн. наук: 05.16.06 М., 1978. 162 с.
4. Никифоров С.В. Оптимизация систем разработки нефтяных месторождений на поздней стадии эксплуатации: Дисс. ... канд. техн. наук: 25.00.17. Тюмень, 2006. 158 с.